

پاسخنامه تشریحی

۱ آماره در نمونه و پارامتر در جامعه آماری کاربرد دارد و پارامتر همواره ثابت است.

۲

الف) نادرست

ب) درست

پ) درست

ت) نادرست

۳

الف) کیفی ترتیبی

ب) کمی نسبتی

پ) کیفی اسمی

۴

الف)
$$\bar{x} = \frac{202 + a}{10} \xrightarrow{\bar{x}=22} \frac{202 + a}{10} = 22 \rightarrow 202 + a = 220 \rightarrow a = 18$$

ب) ابتدا داده را مرتب می‌کنیم. ۳۰ و ۲۵ و ۲۵ و ۲۴ و ۲۲ و ۲۱ و ۲۰ و ۲۰ و ۱۸ و ۱۵

چون تعداد داده زوج است، لذا میانه برابر میانگین دو عدد وسط است. از این رو می‌توان نوشت:

$$\tilde{x} = \frac{21 + 22}{2} = 21.5$$

۵

الف)

۱۱, ۱۳, ۱۰, ۱۴, ۱۲, ۴۸ $\rightarrow$ ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۴, ۴۸

دامنه میان چارکی $Q_3 - Q_1 = 14 - 11 = 3$ چارک سوم $Q_3 = 14$ و چارک اول $Q_1 = 11$

ب)

$$\bar{x} = \frac{108}{6} = 18 \text{ میانگین}$$

x	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۴۸
$x - \bar{x}$	-۸	-۷	-۶	-۵	-۴	۳۰
$(x - \bar{x})^2$	۶۴	۴۹	۳۶	۲۵	۱۶	۹۰۰

$$\sigma = \sqrt{\frac{64 + 49 + 36 + 25 + 16 + 900}{6}} = \sqrt{\frac{1090}{6}} \approx 13.47 \text{ انحراف معیار}$$

پ) دامنه میان چارکی مناسب‌تر است. زیرا داده دورافتاده بین داده‌ها وجود دارد.

۶ می‌دانیم که در منحنی نرمال، ۹۶ درصد از داده‌ها در فاصله دو انحراف معیار از میانگین، قرار می‌گیرند، یعنی:

$$\begin{cases} \bar{x} - 2\sigma = 2 \\ \bar{x} + 2\sigma = 10 \end{cases} \Rightarrow 2\bar{x} = 12 \Rightarrow \bar{x} = 6$$

$$\bar{x} + 2\sigma = 10 \Rightarrow 6 + 2\sigma = 10 \Rightarrow 2\sigma = 4 \Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4 = \text{نسبت خواسته شده سوال} : \frac{\sigma^2}{\bar{x}} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۷

اگر x مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین باشد، داریم:

$$۴ = \frac{x}{۸} \Rightarrow x = ۳۲$$

چون میانگین دو داده ۲۱ و ۱۹ برابر ۲۰ است با حذف آنها میانگین داده‌های باقی‌مانده تغییری نمی‌کند. بنابراین:

$$\sigma_{\text{جدید}}^2 = \frac{x - (۲۱ - ۲۰)^2 - (۱۹ - ۲۰)^2}{۸ - ۲} = \frac{۳۲ - ۲}{۶} = \frac{۳۰}{۶} = ۵$$

۸

وقتی انحراف معیار صفر باشد، یعنی داده‌ها با هم برابرند.

$$x_1, x_2, x_3, x_4 = ۲۰$$

$$x_1, x_2, x_3 \text{ میانگین} = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{۳} = \frac{۲۰ + ۲۰ + ۲۰}{۳} = ۲۰$$